

PHILOSOPHIE

❖ Conseils de lecture

- Lisez ce texte de Platon dit « L'allégorie de la caverne », extrait de *La République*, Livre VII, accessible sur ce site :

https://pedagogie.ac-nantes.fr/medias/fichier/l_allegorie_de_la_caverne_1293658995012.pdf

- Essayez d'établir le lien avec ce livre :

- Auteur : Ibn-Tufayl, *Le philosophe sans maître*,
- <https://editions-rivages.fr/catalogue/le-philosophe-sans-maitre-016179>

- Pour les courageux lisez la première méditation métaphysique de Descartes, accessible sur ce site : <https://philotextes.info/spip/IMG/pdf/meditations.pdf>.

- Pour les courageux et curieux, lisez ensuite les premières pages de l'œuvre intitulée : *Erreur et délivrance* de Ghazali, accessible sur ce site : <https://www.ghazali.org/books/munqidh-french.pdf>.

- Etablissez un lien entre le texte du théologien Ghazali et celui du philosophe Descartes.

MATHEMATIQUES

❖ Notions à revoir

- Dérivation : nombre dérivé, fonction dérivée, dérivées usuelles (x^n , $\sqrt{x}$, $1/x$, e^x)
- Sens de variation d'une fonction à partir de sa dérivée, lecture d'un tableau de variations
- Fonction exponentielle : définition, propriétés algébriques, variations, courbe
- Suites arithmétiques et géométriques : terme général, somme
- Polynômes du second degré : discriminant, racines, forme canonique
- Probabilités conditionnelles : probabilité de A sachant B, formule des probabilités totales, indépendance
- Variables aléatoires discrètes : espérance, variance, écart-type
- Produit scalaire dans le plan : calcul, orthogonalité
- Vecteurs : coordonnées, combinaisons linéaires

Il n'est pas nécessaire d'apprendre de nouvelles notions pendant les vacances. L'objectif est simplement de consolider les acquis de Première afin d'aborder sereinement la spécialité.

*Je vous encourage à revoir vos cours de seconde, les exercices et les évaluations corrigées.
Cherchez les solutions aux exercices jusqu'au bout avant de consulter une correction. L'effort de recherche vous permettra de progresser.*

Profitez également de vos vacances pour souffler, vous reposer et arriver en forme à la rentrée !

❖ Ressources

- **Pour les cours et exercices :** livre d'Yvan Monka niveau 1re

(Rappels de cours et application directe avec corrigé ainsi que des exercices types corrigés et exercices d'entraînements disponibles via QR code)

- **Site d'Yvan Monka (voir niveau 1re) :** <https://www.youtube.com/@YMONKA/playlists>
- **Autre site pour exercices corrigés :** <https://chingmath.fr/1re>

Corrigé disponible en cliquant sur le "C" situé à côté du numéro de l'exercice

- **Utiliser également les supports de cours de votre professeur de 1re**

ANGLAIS

- **Ouvrage recommandé :** cahier d'exercices en anglais, spécial lycée" de P. Couturier aux éditions STUDYRAMA.
- **Outils de remédiation via un site en ligne élaboré par Mme Metalsi :**
<https://learningapps.org/watch?v=pq0f4i6nc25>

Physique – Chimie

- Prérequis indispensables (**Version PDF jointe**)
- Fichier d'exercices pour les entraînements (**version PDF jointes**).

Les enseignants de mathématiques
qui vous souhaitent avant tout d'excellentes vacances !

Thème 1 : Suites

Exercice 1-1: Suites du type $u_n = f(n)$ Sens de variations

25min

A- Soit (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_n = 3n^2 + 4n - 5$

1. Calculer les 3 premiers termes
2. A l'aide de votre calculatrice, conjecturer le sens de variation et la limite de la suite (u_n) .

Méthode1 :

3. Calculer $u_{n+1} - u_n$. En déduire le sens de variation de la suite (u_n)

Méthode2 :

4. Etudier les variations sur $[0 ; +\infty[$ de la fonction f définie par $f(x) = 3x^2 + 4x - 5$
5. En déduire le sens de variation de la suite (u_n) .

B- Soit (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_n = \frac{4+n}{3^n}$

1. Calculer les 3 premiers termes
2. A l'aide de votre calculatrice, conjecturer le sens de variation et la limite de la suite (u_n) .

Méthode3 :

3. Justifier que pour tout entier naturel n , $u_n > 0$.
4. Calculer $\frac{u_{n+1}}{u_n}$. En déduire le sens de variation de la suite (u_n)

Exercice 1-2: Suites arithmétiques, géométriques et sommes

15min

1. Calculer : $1 + 2 + \dots + 90$
2. Calculer : $1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^9$
3. Soit (u_n) la suite arithmétique de raison 0,2 et de 1^{er} terme $u_0 = 3$.
 - a) Donner le sens de variation de la suite (u_n) .
 - b) Exprimer pour tout entier naturel n , u_n en fonction de n .
 - c) Calculer : $u_3 + u_4 + \dots + u_{25}$

4. Soit (v_n) la suite géométrique de raison 0,2 et de 1er terme $v_0 = 3$.
- Donner le sens de variation de la suite (v_n) .
 - Exprimer pour tout entier naturel n , v_n en fonction de n .
 - Calculer : $v_3 + v_4 + \dots + v_{25}$

Exercice 1-3: Algorithmes et suites

15min

Soit (u_n) la suite définie pour tout entier naturel n par $\begin{cases} u_0 = 2,5 \\ u_{n+1} = 3u_n - 2 \end{cases}$

Pour chaque algorithme donner la valeur qu'il renvoie et dire à quoi cela correspond pour la suite (u_n) .

```
def exo1():
    u=2.5
    for k in range(4):
        u=3*u-2
    return(u)
```

```
def exo4():
    u=2.5
    L=[u]
    for k in range(4):
        u=3*u-2
        L.append(u)
    return(L)
```

```
def exo2():
    u=2.5
    for k in range(1,5):
        u=3*u-2
    return(u)
```

```
def exo5():
    u=2.5
    S=0
    for k in range(4):
        u=3*u-2
        S=S+u
    return(S)
```

```
def exo3():
    u=2.5
    n=0
    while u < 100000 :
        u=3*u-2
        n= n+1
    return(n)
```

Exercice 1-4: Problème sur une suite du type $u_{n+1} = f(u_n)$

40min

A l'automne 2010, Eliot achète une maison à la campagne. Il dispose d'un terrain de 1500 m² entièrement engazonné. Mais tous les ans, 20% de la surface engazonnée est détruite et remplacée par de la mousse. Eliot arrache alors, à chaque automne, la mousse sur une surface de 50m² et la remplace par du gazon. Pour tout nombre entier naturel n , on note u_n la surface en m² de terrain engazonné au bout de n années, c'est-à-dire à l'automne 2010 + n . On a donc $u_0 = 1500$

- Calculer u_1 .
- Justifier que l'on a, pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = 0,8u_n + 50$.
- A l'aide de votre calculatrice, déterminer si la suite (u_n) *SEMBLE* arithmétique ou géométrique.
 - Le démontrer rigoureusement.
- On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par : $v_n = u_n - 250$
 - Démontrer que la suite (v_n) est géométrique. Préciser son premier terme et sa raison.
 - Exprimer v_n en fonction de n .
 - En déduire que, pour tout entier naturel n , $u_n = 250 + 1250 \times 0,8^n$
 - Quelle est la surface de terrain engazonné au bout de 4 années ?
- On admet que la surface de gazon diminue chaque année. Déterminer en justifiant, **à l'aide de la calculatrice**, le plus petit entier n tel que :

$250 + 1250 \times 0,8^n < 500$. Interpréter le résultat.

- Compléter** l'algorithme pour qu'il affiche la solution obtenue à la question précédente.

```
def suite():
    u=1500
    n=0
    while ..... :
        u=.....
        n=.....
    return(n)
```

- Le voisin d'Eliot, voyant diminuer la surface engazonnée chaque année, pense qu'un jour Eliot n'aura même pas 200m² de gazon dans son jardin. A-t-il raison ? Justifier la réponse.
- Démontrer que pour tout entier naturel n $u_{n+1} - u_n = -250 \times 0,8^n$.
 - Que peut-on en déduire ?

Thème 2 : Géométrie repérée et non repérée

Exercice 2-1 : Géométrie repérée (révisions de Seconde !)

20min

Dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, on considère les points :

$A(-3 ; 6)$, $B(2 ; 7)$, $C(14 ; -1)$, $D(-1 ; -4)$, $E(-4 ; 1,5)$, $F(3,5 ; 3)$, $G(-2 ; y)$

1. Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{CD}$.
2. Calculer les coordonnées du point S sachant que $\overrightarrow{DS} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{CD}$.
3. Démontrer que le quadrilatère ABSD est un rectangle.
4. Les droites (AB) et (EF) sont-elles parallèles ?
5. Calculer l'ordonnée de G telle que les points A, B et G soient alignés.

Exercice 2-2 : Géométrie repérée (révisions de Première)

20min

On considère les points $A(2 ; 1)$ et $B(-1 ; 3)$ dans un repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.

Les questions 1 et 2 sont indépendantes

1. a) Calculer $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{AB}$ à l'aide des coordonnées.
b) En utilisant une autre expression de $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{AB}$, déterminer une mesure à $0,1^\circ$ près de l'angle aigu formé par les vecteurs $\overrightarrow{AO}$ et $\overrightarrow{AB}$
2. Déterminer une équation cartésienne de la droite (d) perpendiculaire à (AB) passant par A.

Thème 3 : Fonctions polynômes du second degré - fonction exponentielle

Exercice 3-1 :

15min

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -3x^2 + 11x + 4$

1. Calculer Δ .
2. Calculer les racines de $f(x)$. En déduire la forme factorisée de $f(x)$.
3. Donner l'extremum de f (en précisant s'il s'agit d'un maximum ou d'un minimum) et pour quelle valeur de x est-il atteint.
4. En déduire la forme canonique de f .

Exercice 3-2 :

20min

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $\frac{x^2+1}{2x+4} = 1$
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $4x^2 + 11x - 15 < -14x + 6$
3. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $\frac{x^2+1}{2x+4} \geq 1$
4. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $\frac{x+1}{2x+1} > \frac{x}{x-1}$

Exercice 3-3 :**15min**

Les fonctions f et g sont définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^3 - 4x^2 - 4$ et $g(x) = 2x^3 - 3x - 5$

1. Déterminer l'expression de la fonction $d(x) = f(x) - g(x)$
2. Etudier la position relative de C_f et C_g .

Exercice 3-4 :**20min**

1. Ecrire sous la forme d'une seule exponentielle : $A = e^{-1} \times e \times e^{-5} \times (e^{-3})^4$.
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $e^{2x+1} = 1$
3. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $\frac{e^{x^2}}{e^{4x}} > e^{-5} \times e^2$
4. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $4e^{2x} - 3e^x - 1 = 0$

Exercice 3-5 :**20min**

1. Factoriser au maximum: $A = 3x + 15x^2 + 27x^3$
2. Factoriser au maximum : $B = 2xe^{3x} - 3e^{3x} - (4x^2 + 2)e^{3x}$
3. Démontrer que pour tout réel x , $\frac{e^{-x}-e^x}{e^{-x}+e^x} = \frac{1-e^{2x}}{1+e^{2x}}$
4. Dresser le tableau de signes de f sur son ensemble de définition : $f(x) = \frac{6x^3-8x^2}{e^x-1}$

Thème 4 : Dérivation**Exercice 4-1 :****25min**

Calculer les dérivées des fonctions après avoir précisé les ensembles de dérivabilité

1. f est définie par $f(x) = -5x^4 + 3x^2 - \frac{x}{2} + \frac{1}{6}$.
2. f est définie par $f(x) = \frac{1}{x^7}$.
3. f est définie par $f(x) = 6\sqrt{x} - \frac{1}{3}$
4. f est définie par $f(x) = (2x - 1)e^x$.
5. f est définie par $f(x) = \frac{2x+1}{x^2}$.
6. f est définie par $f(x) = 4e^{-2x} + 1$.

Exercice 4-2 :**25min**

Les fonctions f et g sont définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^4 - 3x + 1$ et $g(x) = 2x^3 - 3x - 1$

1. Déterminer l'expression de la fonction $d(x) = f(x) - g(x)$
2. Déterminer l'ensemble de dérivabilité de d et déterminer $d'(x)$.

3. Etudier le signe de d' puis dresser le tableau de variation de d .
4. Déterminer le minimum de d sur $\mathbb{R}$.
5. En déduire la position relative de C_f et C_g .
6. Déterminer l'équation réduite de la tangente à C_f au point d'abscisse 1.
7. Trouver l'abscisse a des points tels que la tangente à C_f en a , soit parallèle à la tangente à C_g en a .

Thème 5 : Probabilités

Exercice 5-1 :

20min

Dans une promotion de terminale, on dispose des statistiques suivantes :

- Huit élèves sur dix ont révisé avant le baccalauréat
- 95% des élèves ayant révisé sont admis
- 82% des candidats sont admis

Pourtant, après le baccalauréat, devant les résultats affichés au lycée, **tous** les refusés protestent et prétendent avoir révisé sérieusement, alors que tous les admis font les fiers en prétendant qu'ils n'avaient même pas révisé.

Une journaliste venue faire un reportage en direct à la sortie du lycée sur les résultats du bac interroge un élève au hasard.

On considère les événements suivants :

- ✓ A : « le candidat interrogé par la journaliste est admis au baccalauréat »
- ✓ R : « le candidat interrogé par la journaliste a révisé »

Les résultats seront arrondis à 10^{-2} près si besoin.

1. Construire un arbre pondéré représentant la situation.
2. Quelle est la probabilité que la journaliste interroge un candidat admis et ayant révisé ?
3. Quelle est la probabilité qu'il soit admis tout en n'ayant pas révisé ?
4. En déduire que $P_{\bar{R}}(A) = 0,3$.

On note M l'événement : « le candidat interrogé par la journaliste a menti devant les résultats affichés au lycée »

5. Montrer que la probabilité qu'il ait menti sur le parvis du lycée est de 0,9.
6. Cette fois-ci, la journaliste a choisi un candidat non admis au baccalauréat.
 - a. Quelle est la probabilité que ce candidat ait révisé ?
 - b. Montrer que la probabilité que ce soit « un menteur » est d'environ 0,78.
7. Y a-t-il plus de chances que le candidat interviewé soit un menteur s'il est admis ou s'il est refusé ?

CORRECTIONS

Thème 1 : Suites

Exercice 1-1: Sens de variations

A- Soit (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_n = 3n^2 + 4n - 5$

1. Calculer les 3 premiers termes

$$u_0 = 3 \times 0^2 + 4 \times 0 - 5 = -5 \quad u_1 = 3 + 4 - 5 = 2 \quad u_2 = 3 \times 4 + 4 \times 2 - 5 = 15$$

2. La suite semble **croissante** et on peut conjecturer que $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$

Méthode1 :

3. Calculer $u_{n+1} - u_n$. En déduire le sens de variation de la suite (u_n)

$$\begin{aligned} u_{n+1} - u_n &= 3(n+1)^2 + 4(n+1) - 5 - (3n^2 + 4n - 5) \\ &= 3n^2 + 6n + 3 + 4n + 4 - 5 - 3n^2 - 4n + 5 \\ &= 6n + 7 \end{aligned}$$

pour tout entier naturel n , $6n + 7 > 0$ donc $u_{n+1} - u_n > 0$ d'où (u_n) croissante

Méthode2 :

4. Etudier les variations sur $[0 ; +\infty[$ de la fonction f définie par $f(x) = 3x^2 + 4x - 5$

Soit on dérive et on dresse le tableau de variations soit on utilise les connaissances du 2nd degré.

$$-\frac{b}{2a} = -\frac{4}{6} = -\frac{2}{3} \quad \text{et } a = 3 > 0 \text{ donc } f \text{ est croissante sur } [0 ; +\infty[$$

5. En déduire le sens de variation de la suite (u_n)

Comme $u_n = f(n)$ et f est croissante sur $[0 ; +\infty[$ donc (u_n) est croissante.

B- Soit (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_n = \frac{4+n}{3^n}$

1. Calculer les 3 premiers termes

$$u_0 = 4 \quad u_1 = \frac{5}{3} \quad u_2 = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

2. La suite semble **décroissante** et on peut conjecturer que $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$

Méthode3 :

3. Justifier que pour tout entier naturel n , $u_n > 0$

Pour tout entier naturel n , $4 + n > 0$ et $3^n > 0$ donc $u_n > 0$

4. Calculer $\frac{u_{n+1}}{u_n}$. En déduire le sens de variation de la suite (u_n)

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{5+n}{3^{n+1}} \times \frac{3^n}{4+n} = \frac{5+n}{12+3n}$$

$$\frac{5+n}{12+3n} < 1 \Leftrightarrow 5+n < 12+3n \quad \text{car } 12+3n > 0 \Leftrightarrow -7 < 2n \Leftrightarrow -3,5 < n$$

Comme $n \geq 0$, $\frac{5+n}{12+3n} < 1$ donc $\frac{u_{n+1}}{u_n} < 1$

et comme pour tout entier naturel n , $u_n > 0$, (u_n) est bien décroissante.

Exercice 1-2: Somme de suites

1. Calculer : $1+2+\dots+90$

Formule $1+2+3+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$ $1+2+\dots+90 = 90 \times \frac{91}{2} = 4095$

2. Calculer : $1+2+2^2+\dots+2^9$

Formule $1+q+q^2+q^3+\dots+q^n = \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$ $1+2+2^2+\dots+2^9 = \frac{1-2^{10}}{1-2} = 2^{10} - 1$

3. Soit (u_n) suite arithmétique de raison 0,2 et de 1ere terme $u_0 = 3$

- a) Donner le sens de variation de la suite (u_n)

$r = 0,2 > 0$ donc (u_n) suite **arithmétique croissante**

- b) Exprimer pour tout entier naturel n , u_n en fonction de n .

Pour tout entier naturel n , $u_n = 3 + 0,2n$ Formule : $u_n = u_0 + nr$

- c) Calculer : $u_3 + u_4 + \dots + u_{25}$

$25 - 3 + 1 = 23$ termes $u_3 = 3 + 0,2 \times 3 = 3,6$ et $u_{25} = 8$

$u_3 + u_4 + \dots + u_{25} = 23 \times \frac{3,6+8}{2} = 133,4$

4. Soit (v_n) suite géométrique de raison 0,2 et de 1ere terme $u_0 = 3$.

- a) Donner le sens de variation de la suite (v_n)

$q = 0,2, -1 < 0,2 < 1$ et $v_0 = 3 > 0$ donc (v_n) suite **géométrique décroissante**

- b) Exprimer pour tout entier naturel n , v_n en fonction de n .

Pour tout entier naturel n , $v_n = 3 \times 0,2^n$ Formule : $u_n = u_0 \times q^n$

- c) Calculer : $v_3 + v_4 + \dots + v_{25}$

$v_3 = 0,024$; $25 - 3 + 1 = 23$ termes

donc $v_3 + v_4 + \dots + v_{25} = 0,024 \times \frac{1-0,2^{23}}{1-0,2} = 0,03(1 - 0,2^{23})$

Exercice 1-3: Algo et suites

```
>>> exo1()      exo1() donne u4
122.5
>>> exo2()      exo2() donne aussi u4
122.5
>>> exo3()      exo3() donne le plus petit rang
11              tel que u soit supérieur ou égal à 100 000
```

k	initialisation	0	1	2	3
u	2,5	5,5	14,5	41,5	122,5

k	initialisation	1	2	3	4
u	2,5	5,5	14,5	41,5	122,5

n	0	1	2		10	11
u	2,5	5,5	14,5		88575	265722 > 100 000

```
>>> exo4()
[2.5, 5.5, 14.5, 41.5, 122.5]  Exo4() affiche dans une liste les valeurs de u0 à u4
>>> exo5()  Exo5() donne la somme de u1 à u4
184.0
```

k	initialisation	0	1	2	3
u	2,5	5,5	14,5	41,5	122,5
S	0	5,5	20	61,5	184

Exercice 1-4:

1. $u_1 = 0,8 \times 1500 + 50 = 1250$
2. Chaque année, la surface de gazon diminue de 20% donc on multiplie u_n par 0,8, et on replante 50m² de gazon d'où $u_{n+1} = 0,8u_n + 50$
3. a) A l'aide de votre calculatrice, déterminer si la suite (u_n) *SEMBLE* arithmétique ou géométrique.
Mode suite type $u(n+1)$ $n_{\min} = 0$ $u(n+1) = 0,8 * u(n) + 50$ $u(0) = 1500$
D'après le tableau de valeurs : (u_n) NE SEMBLE ni arithmétique ni géométrique
b) Le démontrer. $u_0 = 1500$ $u_1 = 1250$ et $u_2 = 1050$
 $u_2 - u_1 \neq u_1 - u_0$ donc La suite (u_n) n'est pas arithmétique
 $\frac{u_2}{u_1} \neq \frac{u_1}{u_0}$ donc La suite (u_n) n'est pas géométrique
4. On considère la suite (v_n) définie pour tout nombre entier naturel n par : $v_n = u_n - 250$
 - a) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :
 $v_{n+1} = u_{n+1} - 250 = 0,8u_n + 50 - 250 = 0,8u_n - 200 = 0,8(u_n - 250) = 0,8v_n$
Donc (v_n) est bien **géométrique de raison $q = 0,8$** , et de premier terme $v_0 = u_0 - 250 = 1250$
 - b) (v_n) étant géométrique, on a pour tout $n \in \mathbb{N}$: $v_n = v_0 \times q^n$, donc $v_n = 1250 \times 0,8^n$
 - c) Pour tout entier naturel n , $u_n = v_n + 250$ donc $u_n = 250 + 1250 \times 0,8^n$
 - d) $u_4 = 250 + 1250 \times 0,8^4 = 762$
La surface de terrain engazonné au bout de 4 années est donc de **762m²**
5. a) Grâce au tableur de la calculatrice on voit que les premiers termes de la suite (u_n) sont supérieurs à 500, et $u_7 \approx 512,1$ et $u_8 \approx 459,7$
b) On en déduit que le plus petit entier n tel que $250 + 1250 \times 0,8^n < 500$ est $n = 8$

```
def suite():
    u=1500
    n=0
    while u>=500:
        u=0.8*u+50
        n=n+1
    return(n)
```

Au bout de 8 ans, la surface engazonnée est inférieure à 500m²
6. Le voisin d'Eliot, voyant diminuer la surface engazonnée chaque année, pense qu'un jour Eliot n'aura même pas 200m² de gazon dans son jardin. A-t-il raison ? Justifier la réponse.
Dire qu'il y a moins de 200 m² de pelouse revient à écrire :
 $u_n < 200 \Leftrightarrow 250 + 1250 \times 0,8^n < 200$
 $\Leftrightarrow 1250 \times 0,8^n < -50$ ce qui est impossible . Donc le voisin d'Eliot a tort.
7. a) Démontrer que $u_{n+1} - u_n = -250 \times 0,8^n$.
 $u_{n+1} - u_n = 250 + 1250 \times 0,8^{n+1} - (250 + 1250 \times 0,8^n)$
 $= 1250 \times 0,8^n (0,8 - 1) = 1250 \times 0,8^n (-0,2) = -250 \times 0,8^n$.
b) Que peut-on en déduire ?
pour tout entier naturel n , $u_{n+1} - u_n < 0$ donc (u_n) est une suite décroissante

Thème 2 : Géométrie repérée et non repérée

Exercice 2-1 :

Dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, on considère les points :

$A(-3; 6)$, $B(2; 7)$, $C(14; -1)$, $D(-1; -4)$, $E(-4; 1,5)$, $F(3,5; 3)$, $G(-2; y)$

1. Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{CD}$.

$$\overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} -1-14 \\ -4-(-1) \end{pmatrix} \Leftrightarrow \overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} -15 \\ -3 \end{pmatrix}$$

2. Calculer les coordonnées du point S sachant que $\overrightarrow{DS} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{CD}$.

$$-\frac{1}{3}\overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} -\frac{1}{3} \times (-15) \\ -\frac{1}{3} \times (-3) \end{pmatrix} \Leftrightarrow -\frac{1}{3}\overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Or } \overrightarrow{DS} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{CD} \text{ et } \overrightarrow{DS} \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{D'où } \begin{cases} x_S - x_D = 5 \\ y_S - y_D = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_S - (-1) = 5 \\ y_S - (-4) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_S = 4 \\ y_S = -3 \end{cases} \text{ Donc } S(4; -3)$$

3. Démontrer que le quadrilatère ABSD est un rectangle.

$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 2-(-3) \\ 7-6 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Or } \overrightarrow{DS} \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ donc } \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DS} \text{ donc } \underline{\text{ABSD est un parallélogramme.}}$$

Il reste à prouver que c'est un rectangle

Méthode 1 : diagonales égales

$$\text{De plus, } AS^2 = (x_S - x_A)^2 + (y_S - y_A)^2 = (4 - (-3))^2 + (-3 - 6)^2 = 49 + 81 = 130$$

$$\text{Donc } AS = \sqrt{130}$$

$$\text{Et } BD^2 = (x_D - x_B)^2 + (y_D - y_B)^2 = (-1 - 2)^2 + (-4 - 7)^2 = 9 + 121 = 130$$

$$\text{Donc } BD = \sqrt{130}$$

$$\text{D'où } AS = BD.$$

ABSD est un parallélogramme qui a ses diagonales de même longueur donc c'est un rectangle.

Méthode 2 : un angle droit

$$\overrightarrow{BS} \begin{pmatrix} 2 \\ -10 \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BS} = 10 - 10 = 0$$

donc ABSD est un parallélogramme qui a un angle droit, c'est donc un rectangle

4. Les droites (AB) et (EF) sont-elles parallèles ?

$$\overrightarrow{EF} \begin{pmatrix} 7,5 \\ 1,5 \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad \det(\overrightarrow{EF}; \overrightarrow{AB}) = \begin{vmatrix} 7,5 & 5 \\ 1,5 & 1 \end{vmatrix} = 7,5 \times 1 - 5 \times 1,5 = 0$$

$\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont donc colinéaires donc les droites (AB) et (EF) sont parallèles.

5. Calculer l'ordonnée de G telle que les points A, B et G soient alignés.

Les points A, B et G sont alignés si et seulement si $\det(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AG}) = 0$

$$\text{Or } \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{AG} \begin{pmatrix} 1 \\ y-6 \end{pmatrix}$$

$$\det(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AG}) = 0 \Leftrightarrow \begin{vmatrix} 5 & 1 \\ 1 & y-6 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow 5(y-6) - 1 = 0 \Leftrightarrow 5y - 30 - 1 = 0 \Leftrightarrow 5y = 31 \Leftrightarrow y = \frac{31}{5}$$

Les points A, B et G sont alignés si et seulement si $y_G = \frac{31}{5}$

Exercice 2-2 :

On considère les points A(2 ;1) et B(-1 ;3) dans un repère orthonormé (O ; $\vec{i}, \vec{j}$).

Les questions 1 et 2 sont indépendantes

1. a) Calculer $\vec{AO} \cdot \vec{AB}$ à l'aide des coordonnées.

$$\vec{AO} \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \vec{AB} \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Donc à l'aide de la formule utilisant les coordonnées : $\vec{AO} \cdot \vec{AB} = (-2) \times (-3) + (-1) \times 2 = 4$.

- b) En utilisant une autre expression de $\vec{AO} \cdot \vec{AB}$, déterminer une mesure à $0,1^\circ$ près de l'angle aigu formé par les vecteurs $\vec{AO}$ et $\vec{AB}$

En utilisant la formule (définition) avec le cosinus :

$$\vec{AO} \cdot \vec{AB} = AO \times AB \times \cos(\vec{AO}, \vec{AB}) = \sqrt{5} \times \sqrt{13} \times \cos(\vec{AO}, \vec{AB}) = \sqrt{65} \times \cos(\vec{AO}, \vec{AB})$$

Les deux calculs du produit scalaire donnent le même résultat, on a donc :

$$\vec{AO} \cdot \vec{AB} = \vec{AO} \cdot \vec{AB}$$

$$\sqrt{65} \times \cos(\vec{AO}, \vec{AB}) = 4$$

$$\cos(\vec{AO}, \vec{AB}) = \frac{4}{\sqrt{65}} \text{ donc grâce à la calculatrice : } (\vec{AO}, \vec{AB}) \approx 60,3^\circ.$$

2. Déterminer une équation cartésienne de la droite (d) perpendiculaire à (AB) passant par A.

Rappel : une droite de vecteur normal $\vec{u} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ admet une équation cartésienne de la forme $ax + by + c = 0$

$\vec{AB} \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$ est un vecteur normal à (d) donc (d) a une équation de la forme : $-3x + 2y + c = 0$.

or $A \in (d)$ donc $-3 \times 2 + 2 \times 1 + c = 0$ d'où $c = 4$ et (d) : $-3x + 2y + 4 = 0$.

Thème 3 : Fonctions polynômes du second degré _fonction exponentielle

Exercice 3-1 : Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -3x^2 + 11x + 4$

1. Calculer Δ . $\Delta = b^2 - 4ac = 169$

2. Calculer les racines de $f(x)$. En déduire la forme factorisée de $f(x)$.

$\Delta > 0$ (deux racines)

$$x_1 = \frac{-11 + \sqrt{169}}{-6} = -\frac{1}{3} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-11 - \sqrt{169}}{-6} = 4 \quad \text{D'où } f(x) = -3(x - 4)(x + \frac{1}{3})$$

3. Donner l'extremum de f (en précisant s'il s'agit d'un maximum ou d'un minimum) et pour quelle valeur de x est-il atteint.

La courbe de f est une parabole de somme $S(\alpha; \beta)$

$$\text{avec } \alpha = \frac{-b}{2a} = \frac{-11}{-6} = \frac{11}{6} \quad \text{et} \quad \beta = f\left(\frac{11}{6}\right) = \frac{169}{12} \quad S\left(\frac{11}{6}; \frac{169}{12}\right)$$

De plus $a = -3 < 0$ (parabole tournée vers le bas) donc f admet $\frac{169}{12}$ comme maximum atteint pour $x = \frac{11}{6}$

4. En déduire la forme canonique de f .

$$\text{D'où } f(x) = -3\left(x - \frac{11}{6}\right)^2 + \frac{169}{12}$$

Exercice 3-2 :

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $\frac{x^2+1}{2x+4} = 1$

$$2x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = -2 \text{ (valeur interdite)}$$

$$\text{Pour } x \neq -2, \quad \frac{x^2+1}{2x+4} = 1 \Leftrightarrow x^2 + 1 = 2x + 4 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x_1 = -1 \text{ et } x_2 = 3$$

$$S = \{-1; 3\}$$

2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $4x^2 + 11x - 15 < -14x + 6$

$$4x^2 + 11x - 15 < -14x + 6 \Leftrightarrow 4x^2 + 25x - 21 < 0$$

$$\Delta = 961, \quad x_1 = \frac{3}{4} \text{ et } x_2 = -7$$

Le trinôme $4x^2 + 25x - 21$ est du signe de a sauf entre ses racines.

Comme $a = 4 > 0$ (on peut faire un tableau) alors $4x^2 + 25x - 21$ est négatif pour $x \in \left[-7; \frac{3}{4}\right]$

$$\text{Donc } S = \left[-7; \frac{3}{4}\right]$$

3. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $\frac{x^2+1}{2x+4} \geq 1$

$$2x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = -2$$

$$\text{Pour } x \neq -2, \quad \frac{x^2+1}{2x+4} \geq 1 \Leftrightarrow \frac{x^2+1}{2x+4} - 1 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{x^2-2x-3}{2x+4} \geq 0$$

Le polynôme $x^2 - 2x - 3$ possède deux racines distinctes : $x_1 = -1$ et $x_2 = 3$

$$2x + 4 > 0 \Leftrightarrow x > -2$$

x	$-\infty$	-2	-1	3	$+\infty$		
Signe de $x^2 - 2x - 3$ $a = 1 > 0$	+		+	0	-	0	+
Signe de $2x + 4$ $m = 2 > 0$		-	0	+		+	+
Signe de $\frac{x^2-2x-3}{2x+4}$	-		+	0	-	0	+

$$S =]-2; -1] \cup [3; +\infty[$$

4. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $\frac{x+1}{2x+1} > \frac{x}{x-1}$

$$\text{Pour } x \neq -\frac{1}{2} \text{ et } x \neq 1, \quad \frac{x+1}{2x+1} > \frac{x}{x-1} \Leftrightarrow \frac{x+1}{2x+1} - \frac{x}{x-1} > 0 \Leftrightarrow \frac{(x+1)(x-1) - x(2x+1)}{(2x+1)(x-1)} > 0 \Leftrightarrow \frac{-x^2-x-1}{(2x+1)(x-1)} > 0$$

Le polynôme $-x^2 - x - 1$ n'a aucune racine réelle car $\Delta = -3 < 0$: il est toujours négatif (signe de a)

x	$-\infty$	$-1/2$	1	$+\infty$
$-x^2 - x - 1$	-		-	-
$2x + 1$	-	0	+	+
$x - 1$	-		0	+
quotient	-		+	-

$$S = \left]-\frac{1}{2}; 1\right[$$

Exercice 3-3 :

1. Déterminer l'expression de la fonction $d(x) = f(x) - g(x)$

$$d(x) = f(x) - g(x) = -4x^2 + 3x + 1$$

2. Etudier la position relative de C_f et C_g .

Il faut étudier le signe de $d(x) = f(x) - g(x)$.

Or $\Delta = b^2 - 4ac = 9 + 16 = 25 > 0$ puis $x_1 = -\frac{1}{4}$ et $x_2 = 1$

Le trinôme $-4x^2 + 3x + 1$ est du signe de a (négatif) sauf entre ses racines.

x	$-\infty$	$-1/4$		1	$+\infty$
$d(x) = f(x) - g(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

C_f est en-dessous de C_g sur $] -\infty ; -\frac{1}{4}[$ et $]1 ; +\infty[$

C_f est au-dessus de C_g sur $] -\frac{1}{4} ; 1[$

C_f et C_g se coupent aux points d'abscisses $-\frac{1}{4}$ et 1

Exercice 3-4 :

1. Ecrire sous la forme d'une seule exponentielle : $A = e^{-1} \times e \times e^{-5} \times (e^{-3})^4$.

$$A = e^{-1} \times e \times e^{-5} \times (e^{-3})^4 = e^{-1} \times e^1 \times e^{-5} \times e^{-12} = e^{-1+1-5-12} = e^{-17}$$

2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $e^{2x+1} = 1$

$$e^{2x+1} = 1 \Leftrightarrow e^{2x+1} = e^0 \Leftrightarrow 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2} \quad S = \left\{-\frac{1}{2}\right\}$$

3. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $\frac{e^{x^2}}{e^{4x}} > e^{-5} \times e^2$

$$\frac{e^{x^2}}{e^{4x}} > e^{-5} \times e^2 \Leftrightarrow e^{x^2-4x} > e^{-3} \Leftrightarrow x^2 - 4x > -3 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 > 0$$

Les racines sont $x_1 = 1$ et $x_2 = 3$ et $a > 0$ donc $S =]1; 3[$

4. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $4e^{2x} - 3e^x - 1 = 0$

Méthode : On pose $X = e^x$ et l'équation devient $4X^2 - 3X - 1 = 0$

$$X_1 = -\frac{1}{4} \text{ et } X_2 = 1$$

$$4e^{2x} - 3e^x - 1 = 0 \Leftrightarrow e^x = -\frac{1}{4} \text{ ou } e^x = 1$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ car une exponentielle est toujours positive donc } S = \{0\}$$

Exercice 3-5 :

1. Factoriser au maximum : $A = 3x + 15x^2 + 27x^3$

$$A = 3x + 15x^2 + 27x^3 = 3x(1 + 5x + 9x^2)$$

Le trinôme $9x^2 + 5x + 1$ ne se factorise pas car $\Delta = 5^2 - 4 \times 9 \times 1 = -11 < 0$

Donc la forme factorisée de A est bien $A = 3x(1 + 5x + 9x^2)$

2. Factoriser au maximum : $B = 2xe^{3x} - 3e^{3x} - (4x^2 + 2)e^{3x}$

$$B = 2xe^{3x} - 3e^{3x} - (4x^2 + 2)e^{3x} = e^{3x}(2x - 3 - 4x^2 - 2) = e^{3x}(-4x^2 + 2x - 5)$$

Le trinôme $(-4x^2 + 2x - 5)$ ne se factorise pas car $\Delta < 0$

3. Démontrer que pour tout réel x , $\frac{e^{-x}-e^x}{e^{-x}+e^x} = \frac{1-e^{2x}}{1+e^{2x}}$

Pour tout nombre réel x , $\frac{e^{-x}-e^x}{e^{-x}+e^x} = \frac{e^x(e^{-x}-e^x)}{e^x(e^{-x}+e^x)} = \frac{1-e^{2x}}{1+e^{2x}}$

Autre méthode :

mettre les deux quotients au même dénominateur et comparer les numérateurs obtenus

4. Dresser le tableau de signes de f sur son ensemble de définition : $f(x) = \frac{6x^3-8x^2}{e^x-1}$

$$6x^3 - 8x^2 = 2x^2(3x - 4) \quad \text{et} \quad e^x - 1 > 0 \Leftrightarrow e^x > 1 \Leftrightarrow e^x > e^0 \Leftrightarrow x > 0$$

x	$-\infty$	0	$4/3$	$+\infty$
$2x^2$	+	0	+	+
$3x - 4$	-	0	+	+
$e^x - 1$	-	0	+	+
$f(x) = \frac{6x^3 - 8x^2}{e^x - 1}$	+	0	-	+

Thème 4 : Dérivation

Exercice 4-1 : Calculer les dérivées des fonctions après avoir précisé les ensembles de dérivation :

1. f est définie par $f(x) = -5x^4 + 3x^2 - \frac{x}{2} + \frac{1}{6}$.

f dérivable sur $\mathbb{R}$. $f'(x) = -20x^3 + 6x - \frac{1}{2}$

2. f est définie par $f(x) = \frac{1}{x^7} = x^{-7}$

f dérivable sur $] -\infty ; 0 [$ et sur $] 0 ; +\infty [$. $f'(x) = -7x^{-7-1} = -\frac{7}{x^8}$

3. f est définie par $f(x) = 6\sqrt{x} - \frac{1}{3}$

f dérivable sur $] 0 ; +\infty [$. $f'(x) = 6 \times \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{3}{\sqrt{x}}$

4. f est définie par $f(x) = (2x - 1)e^x$.

f dérivable sur $\mathbb{R}$. $f'(x) = 2e^x + (2x - 1)e^x = (2x + 1)e^x$. $(uv)' = u'v + uv'$

5. f est définie par $f(x) = \frac{2x+1}{x^2}$.

f dérivable sur $] -\infty ; 0 [$ et sur $] 0 ; +\infty [$. $f'(x) = \frac{2x^2 - 2x(2x+1)}{x^4} = \frac{-2x(x+1)}{x^4}$ $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$

6. f est définie par $f(x) = 4e^{-2x} + 1$.

f dérivable sur $\mathbb{R}$. $f'(x) = 4 \times (-2)e^{-2x} = -8e^{-2x}$ $(e^{ax+b})' = a \times e^{ax+b}$

Exercice 4-2 :

Les fonctions f et g sont définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^4 - 3x + 1$ et $g(x) = 2x^3 - 3x - 1$

1. Déterminer l'expression de la fonction $d(x) = f(x) - g(x)$

$$d(x) = f(x) - g(x) = x^4 - 2x^3 + 2$$

2. Déterminer l'ensemble de dérivabilité de d et déterminer $d'(x)$.

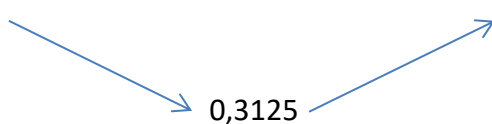
d est dérivable sur $\mathbb{R}$ en tant que fonction polynôme et $d'(x) = 4x^3 - 6x^2 = 2x^2(2x - 3)$

3. Etudier le signe de d' puis dresser le tableau de variation de d .

$$d'(x) = 4x^3 - 6x^2 = 2x^2(2x - 3)$$

$$d'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x^2 = 0 \text{ ou } 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = \frac{3}{2}$$

pour tout $x \in \mathbb{R}$, $2x^2 \geq 0$ donc $d'(x)$ est du signe de $(2x - 3)$

x	$-\infty$	0	$3/2$	$+\infty$
$d'(x)$	-	0	-	+
$d(x)$				

$$d\left(\frac{3}{2}\right) = \left(\frac{3}{2}\right)^4 - 2\left(\frac{3}{2}\right)^3 + 2 = \frac{81}{16} - \frac{9}{2} + 2 = \frac{5}{16} = 0,3125$$

4. Déterminer le minimum de d sur $\mathbb{R}$.

D'après le tableau de variation, le minimum de d sur $\mathbb{R}$ est 0,3125 atteint pour $x = 1,5$

5. En déduire la position relative de Cf et Cg .

Le minimum de d sur $\mathbb{R}$ est 0,3125, donc d est strictement positif.

$d(x) > 0$ pour tout x réel, soit $f(x) - g(x) > 0$ c'est-à-dire $f(x) > g(x)$.

La représentation graphique de f est donc toujours au-dessus de celle de g .

6. Donner l'équation de la tangente à Cf au point d'abscisse 1.

La tangente au point d'abscisse a admet pour équation :

$$T_a: y = f'(a)(x - a) + f(a)$$

Ici cela donne : $y = f'(1)(x - 1) + f(1)$

Or $f'(x) = 4x^3 - 3$ donc $f'(1) = 1$ et $f(1) = -1$

d'où $T: y = (x - 1) - 1$ donc : **$T: y = x - 2$**

7. Trouver l'abscisse a des points tels que la tangente à Cf en a , soit parallèle à la tangente à Cg en a .

La tangente à Cf en a est parallèle à la tangente à Cg au point d'abscisse a lorsque leurs deux coefficients directeurs sont égaux, c'est-à-dire $f'(a) = g'(a)$

$$f'(a) = g'(a)$$

$$\Leftrightarrow 4a^3 - 3 = 6a^2 - 3$$

$$\Leftrightarrow 4a^3 - 6a^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2a^2(2a - 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow 4a^3 - 3 = 6a^2 - 3$$

$$\Leftrightarrow a = 0 \text{ ou } a = 1,5$$

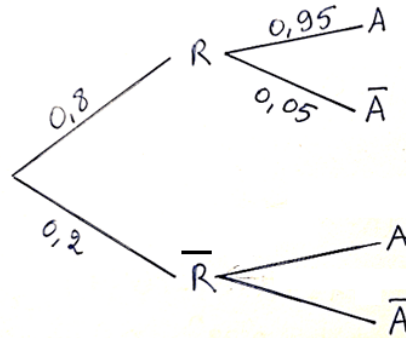
Les tangentes à Cf et à Cg sont parallèles aux points d'abscisse 0 et 1,5

Thème 5 : Probabilités

Exercice 5-1 :

1. Construire un arbre pondéré représentant la situation.

Faire un arbre en commençant par R et $\bar{R}$.



2. Quelle est la probabilité que la journaliste interroge un candidat admis et ayant révisé ?

$$P(A \cap R) = P(R) \times P_R(A) = 0,8 \times 0,95 = 0,76$$

3. Quelle est la probabilité qu'il soit admis tout en n'ayant pas révisé ?

$$P(A) = P(A \cap R) + P(A \cap \bar{R}) \quad (\text{formule des probabilités totales})$$

$$\Leftrightarrow 0,82 = 0,76 + P(A \cap \bar{R})$$

$$\Leftrightarrow P(A \cap \bar{R}) = 0,06$$

4. En déduire que $P_{\bar{R}}(A) = 0,3$.

$$P_{\bar{R}}(A) = \frac{P(A \cap \bar{R})}{P(\bar{R})} = \frac{0,06}{0,2} = 0,3$$

5. Montrer que la probabilité qu'il ait menti sur le parvis du lycée est de 0,9.

Il y a deux catégories de menteurs :

- Tous ceux qui sont admis disent qu'ils n'ont pas révisé. Les menteurs sont donc ceux qui sont admis ET ont révisé : $A \cap R$
- Tous ceux qui n'ont pas été admis disent qu'ils ont révisé. Les menteurs sont donc ceux qui ne sont pas admis ET n'ont pas révisé : $\bar{A} \cap \bar{R}$

$$P(A \cap R) + P(\bar{A} \cap \bar{R}) = 0,76 + P(\bar{R}) \times P_{\bar{R}}(\bar{A}) = 0,76 + 0,2 \times 0,7 = 0,9$$

6. Cette fois-ci, la journaliste a choisi un candidat non admis au baccalauréat.

- a. Quelle est la probabilité que ce candidat ait révisé ?

$$P_{\bar{A}}(R) = \frac{P(\bar{A} \cap R)}{P(\bar{A})} = \frac{0,8 \times 0,05}{1 - 0,82} \approx 0,22$$

- b. Montrer que la probabilité que ce soit « un menteur » est d'environ 0,78.

Le candidat (non admis au Bac) affirme qu'il a révisé.

Il est un menteur si, sachant qu'il n'a pas été admis, il n'a en réalité pas révisé :

$$P_{\bar{A}}(\bar{R}) = \frac{P(\bar{A} \cap \bar{R})}{P(\bar{A})} = \frac{0,2 \times 0,7}{(1 - 0,82)} \approx 0,78$$

7. Y a-t-il plus de chances que le candidat interviewé soit un menteur s'il est admis ou s'il est refusé ?

On va comparer $P_{\bar{A}}(\bar{R})$ (probabilité d'avoir un menteur parmi ceux qui n'ont pas été admis) et $P_A(R)$ (probabilité d'avoir un menteur parmi ceux qui ont été admis) :

$$P_A(R) = \frac{P(A \cap R)}{P(A)} = \frac{0,8 \times 0,95}{0,82} \approx 0,93$$

Donc $P_{\bar{A}}(R) < P_A(R)$ c'est-à-dire qu'il y a plus de chances que le candidat interviewé soit un menteur s'il est admis.

Lycée JP Vernant

Prérequis de la classe de terminale spécialité physique chimie

Thème 1 : Constitution et transformations de la matière

1). Déterminer la composition d'un système par des méthodes physiques et chimiques

A). Modéliser des transformations acide-base par des transferts d'ion hydrogène H^+

Enseignement de spécialité de la classe de première :

Concentration en quantité de matière, schémas de Lewis, position dans le tableau périodique, électronégativité, polarité d'une liaison.

B). Analyser un système chimique par des méthodes physiques

Enseignement de spécialité de la classe de première :

Absorbance, spectre d'absorption, couleur d'une espèce en solution, loi de Beer-Lambert, volume molaire d'un gaz, identification des groupes caractéristiques par spectroscopie infrarouge.

C). Analyser un système par des méthodes chimiques

Enseignement de spécialité de la classe de première :

Titration, réaction support du titrage, équivalence.

2). Modéliser l'évolution temporelle d'un système, siège d'une transformation

A). Suivre et modéliser l'évolution temporelle d'un système siège d'une transformation chimique

Enseignement de spécialité de la classe de première :

Transformation modélisée par une réaction d'oxydo-réduction, schémas de Lewis, position dans le tableau périodique, électronégativité, polarité d'une liaison.

B). Modéliser l'évolution temporelle d'un système, siège d'une transformation nucléaire

Enseignement scientifique de la classe de seconde :

Composition du noyau d'un atome, symbole A_ZX , isotopes, transformation nucléaire, aspects énergétiques des transformations nucléaires (Soleil, centrales nucléaires)

Enseignement scientifique de la classe de première :

Caractère aléatoire de la désintégration radioactive, temps de demi-vie, datation, équivalence masse- énergie, fusion de l'hydrogène dans les étoiles.

3). Prévoir l'état final d'un système, siège d'une transformation chimique

Enseignement de spécialité de la classe de première :

Tableau d'avancement, avancement final, avancement maximal, caractère total ou non total d'une transformation, oxydant, réducteur, couple oxydant-réducteur, demi-équations électroniques, réactions d'oxydo-réduction.

4). Élaborer des stratégies en synthèse organique

Enseignement de spécialité de la classe de première :

Formules brutes et semi-développées, squelette carboné saturé, groupes caractéristiques et familles fonctionnelles (alcools, aldéhydes, cétones, acides carboxyliques), lien entre nom et formule chimique, étapes d'un protocole (transformation, séparation, purification, identification), rendement d'une synthèse.

Thème 2 : Mouvement et interactions

Enseignement de spécialité de la classe de première :

Vecteur position, vecteur vitesse, variation du vecteur vitesse, notion de champ, exemples de forces, lien entre forces extérieures et variation du vecteur vitesse, énergies cinétique, potentielle et mécanique, travail d'une force,

Enseignement scientifique de la classe de première :

Trajectoire de la Terre dans un référentiel fixe par rapport aux étoiles, conception géocentrique vs conception héliocentrique, référentiel géocentrique, trajectoire de la Lune.

Thème 3 : L'énergie : conversions et transferts

Enseignement de spécialité de la classe de première :

Énergie cinétique, travail d'une force, énergie potentielle, théorème de l'énergie cinétique, conservation et non conservation de l'énergie mécanique, bilan de puissance dans un circuit, effet joule, rendement d'un convertisseur, énergie molaire de réaction, pouvoir calorifique massique, énergie libérée lors d'une combustion, énergie de liaison

Enseignement scientifique de la classe de première :

Rayonnement solaire, bilan radiatif terrestre, bilan thermique du corps humain.

Thème 4 : Ondes et signaux

1). Caractériser les phénomènes ondulatoires

Enseignement de spécialité de la classe de première :

Onde mécanique progressive périodique, célérité, retard, ondes sinusoïdales, période, longueur d'onde, relation entre période, longueur d'onde et célérité

Enseignement scientifique de la classe de première :

Son pur, son composé, puissance par unité de surface d'une onde sonore, fréquence fondamentale, note, gamme, signal analogique, numérisation.

2). Former des images, décrire la lumière par un flux de photons

A). Former des images

Relation de conjugaison d'une lentille mince convergente, image réelle, image virtuelle,

B). Décrire la lumière par un flux de photons

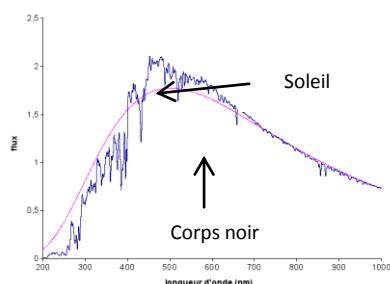
Relation entre longueur d'onde, célérité de la lumière et fréquence, le photon, énergie d'un photon, bilan de puissance dans un circuit, rendement d'un convertisseur, rayonnement solaire, loi de Wien, puissance radiative.

3). Étudier la dynamique d'un système électrique

Lien entre intensité d'un courant continu et débit de charges, modèle d'une source réelle de tension continue, puissance, énergie, bilan de puissance dans un circuit, effet Joule, rendement d'un convertisseur.

Que réviser en sciences physiques, quels exercices faire, pour bien préparer votre rentrée en Terminale S ? Vous trouverez ici quelques exercices ciblés pour revoir les points importants du programme de 1^{ère} S.

Exercice 1 : Notre étoile



1) Température de surface.

La lumière que nous recevons de la surface du Soleil a presque le spectre d'un corps noir : voir courbe ci-contre. (Courbe de l'intensité lumineuse absorbée en fonction de la longueur d'onde en nm)

a) Qu'est-ce qu'un corps noir ?

b) La loi de Wien énonce : $\lambda_{\max} \cdot T = 2,898 \times 10^{-3} \text{ m.K}$. Déterminer la température de surface du Soleil.

2) Raies de Fraunhofer. Quanta d'énergie.

Fraunhofer a observé dans le spectre du Soleil des raies sombres d'absorption, il les a repérés par des lettres A, B, C... Ces raies révèlent la présence d'atomes sur le Soleil.

a) Les atomes ont des niveaux d'énergie « quantifiés ». Que signifie ce terme ?

b) La raie sombre notée C correspond à l'absorption de photons de longueur d'onde $\lambda_C = 656 \text{ nm}$. Calculer l'énergie ΔE_C de ces photons. (On rappelle le quantum d'énergie : $E = h \cdot \nu$, ν la fréquence en Hz, h constante de Planck $h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J.s}$, et que $1 \text{ eV} = 1,60 \times 10^{-19} \text{ J}$)

La chromosphère contient, entre autres, des atomes d'hydrogène dont l'énergie du $n^{\text{ième}}$ niveau d'énergie est donnée par la relation $E_n = E_0 / n^2$ (n entier et $E_0 = -13,6 \text{ eV}$).

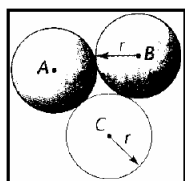
c) Calculer les énergies des 4 premiers niveaux de l'atome d'hydrogène. Placer ces niveaux sur un diagramme. On rappelle que le 1^{er} état correspond à l'état fondamental. Les autres sont appelés états excités.

d) Montrer que l'absorption d'un photon d'énergie ΔE_C correspond au passage pour un atome d'hydrogène du 1^{er} au 2^{ème} état excité.

e) La raie F, de longueur d'onde 487 nm, correspond au passage d'atomes d'hydrogène du 1^{er} état excité vers un autre état excité. Déterminer cet état.

f) Sur le diagramme d'énergie, représenter les absorptions correspondant aux raies C et F du spectre du Soleil. Comment voit-on la présence des raies sombres sur le schéma de la question 1) ?

Exercice 2 : l'hélium Le noyau d'hélium 3 comporte deux protons **A** et **B** et un neutron **C**. On suppose que les centres des nucléons sont tous placés dans un même plan, ces nucléons étant jointifs.



1) Déterminer la valeur de la force gravitationnelle exercée par **A** sur **B**.

2) Déterminer la valeur de la force électrique exercée par **A** sur **B**.

3) Calculer le rapport entre les valeurs des deux forces calculées et commenter le résultat.

4) Représenter les protons **A** et **B** et représenter les forces d'interaction électrique de A sur B et de B sur A en indiquant l'échelle de représentation utilisée.

5) Pourquoi les deux interactions, gravitationnelle et électrique, ne permettent-elles pas d'expliquer la cohésion du noyau d'hélium 3 ?

6) Comment explique-t-on alors la cohésion du noyau d'hélium 3 ?

Données : $m_{\text{proton}} = 1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$; $r = 1,20 \times 10^{-6} \text{ nm}$; $e = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$; $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ uSI}$; $k = 9,00 \times 10^9 \text{ uSI}$.

Exercice 3 : Une planète

Une planète de « type terrestre habitable », capable d'abriter une vie extraterrestre, a été détectée pour la 1^{ère} fois hors de notre système solaire par une équipe d'astronomes européens.

Pour savoir si cette planète, Gliese c, est réellement une planète de « type terrestre habitable », on cherche à déterminer la valeur de l'intensité du champ de pesanteur local à la surface.

Données : caractéristiques de la planète Gliese c : masse : $M_c = 3,0 \times 10^{25} \text{ kg}$; rayon : $r_c = 9,6 \times 10^6 \text{ m}$; $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ uSI}$

- 1) Donner les caractéristiques de la force modélisant l'action de la planète sur un corps A de masse m à l'altitude z .
- 2) Donner l'expression de cette force F en fonction de M_c , m , r_c et G .
- 3) La valeur du champ de gravitation est défini par $g = F/m$.

Donner l'expression de la valeur du champ de gravitation g en fonction de M_c , r_c et G .

Calculer g_0 l'intensité du champ au niveau de la surface. Comparer à l'intensité du champ à la surface de la Terre qui vaut $9,8 \text{ m.s}^{-2}$. La planète est-elle de « type terrestre habitable » ?

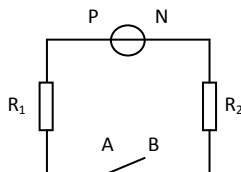
Exercice 4 : Chute verticale.

Au moyen d'une webcam, Jonas enregistre la chute verticale d'une balle de golf, de masse $m=46\text{g}$, d'une hauteur $5,0\text{m}$. Il lâche la balle sans vitesse initiale.

- 1) Exprimer l'énergie mécanique de la balle à une hauteur h , où elle aura une vitesse v .
- 2) En considérant que l'énergie mécanique se conserve au cours de la chute, calculer la vitesse au niveau du sol.
- 3) Au moyen d'un logiciel de traitement vidéo, Jonas détermine une vitesse de $8,0 \text{ m/s}$. Calculer la fraction d'énergie qui a été perdue sous forme de chaleur (frottements) au cours de la chute de la balle.

Exercice 5 : Etude d'un circuit électrique.

On réalise le circuit électrique suivant :



- 1) Identifier les dipôles du circuit.
- 2) On souhaite mesurer la tension entre les points P et B : U_{PB} , et l'intensité du courant électrique qui circule dans le circuit. Reproduire le schéma et placer les appareils de mesure nécessaires.
- 3) Le circuit peut être ouvert ou fermé. La tension mesurée est $U_{PB}=12,0\text{V}$ quand l'interrupteur est dans une position, et vaut $U_{PB}= 3,8\text{V}$ pour l'autre position.
L'intensité est $I=1,45 \text{ A}$ dans une position. Quelle est sa valeur pour l'autre position de l'interrupteur.
- 4) Pour une durée $\Delta t=15 \text{ min}$, interrupteur fermé, quelle est l'énergie électrique fournie au circuit ?

Exercice 6 : Calorimétrie.

Dans un calorimètre contenant initialement une masse d'eau $m_{\text{eau}} = 200\text{g}$ à la température $T_i=20^\circ\text{C}$, on ajoute un glaçon de masse $m=20,0\text{g}$ à la température 0°C . On suppose que la capacité thermique du calorimètre est négligeable et on fait l'hypothèse que toute la glace fond. Calculer la température T_f finale atteinte dans le calorimètre.

Données : énergie massique de fusion de la glace $L_f=332 \text{ kJ.kg}^{-1}$;

Capacité thermique massique de l'eau liquide : $c=4,18 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{C}^{-1}$.

Aide : Ecrire l'expression littérale des énergies : cédée par l'eau, reçue par le glaçon pour sa fusion, reçue par l'eau de fonte du glaçon pour atteindre la température T_f . Ecrire ensuite la conservation de l'énergie.

Exercice 7 : Action d'un acide sur le magnésium.

Le magnésium solide Mg (masse molaire 24g.mol^{-1}) réagit avec l'acide chlorhydrique (H^+ , Cl^-) pour former des ions magnésium Mg^{2+} et du dihydrogène H_2 .

- 1) Les ions chlorure étant spectateurs, écrire l'équation de la réaction.
- 2) Dresser le tableau d'évolution (ou tableau d'avancement) dans un cas général.
- 3) Dans un ballon contenant un volume $V=50\text{mL}$ d'acide chlorhydrique de concentration $c=1,0\text{mol/L}$, on verse une masse $m=1,0\text{g}$ de magnésium.
 - a) Déterminer la quantité de matière initiale de chacun des réactifs.
 - b) Déterminer l'avancement maximal et le réactif limitant.
 - c) Quelle est la composition à l'état final ?
 - d) Quel est le volume de dihydrogène dégagé lors de la transformation ? On précise que dans les conditions de l'expérience le volume molaire de gaz est de 24L/mol .

Exercice 8 : Mélange d'ions.

On prépare un volume $V=200\text{mL}$ d'une solution ionique contenant une masse $m_1=15\text{g}$ de chlorure de calcium hydraté « $\text{CaCl}_2, 2 \text{ H}_2\text{O}$ » et une masse $m_2=6,0\text{g}$ de chlorure de sodium NaCl .

- 1) Déterminer les concentrations molaires des deux solutés.
 - 2) Ecrire les équations de dissolution de chaque solide ionique dans l'eau.
 - 3) En déduire la concentration molaire effective de chaque ion présente dans le mélange.
- Données : masses molaires (en g/mol) : H : $1,00$ – O : $16,0$ – Ca : $40,1$ – Na : $23,0$ – Cl : $35,5$.

Exercice 9 : Chromatographie

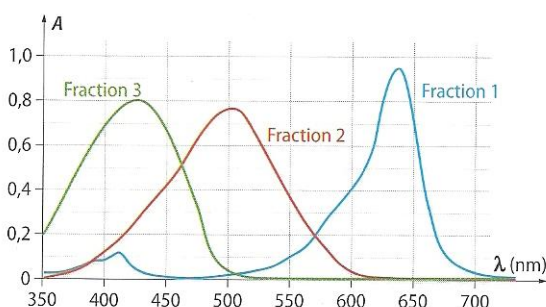
On souhaite analyser, par chromatographie sur colonne, le colorant enrobant un bonbon de couleur marron. Pour ce faire, on trempe le bonbon dans l'eau de manière à en extraire le colorant.

La colonne à chromatographie contient du gel de silice et l'éluant utilisé est composé de cyclohexane et d'éthanoate d'éthyle.

En haut de la colonne, on dépose un peu de colorant marron extrait du bonbon.

En bas de la colonne, on récupère après élution, dans des tubes à essais différents, une première fraction colorée, puis une deuxième fraction d'une autre couleur, et enfin, bien plus tard, une troisième fraction d'une troisième couleur.

On réalise alors le spectre d'absorption des fractions récupérées en bas de colonne par ordre d'arrivée, qu'on numérote de 1 à 3 :

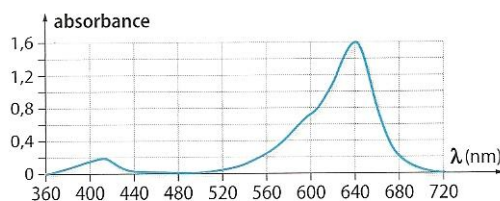


1. a. Quelles sont les longueurs d'onde des radiations absorbées par chaque fraction colorée ?
b. À quelles couleurs correspondent-elles ?
2. En déduire la couleur de chaque fraction colorée.
3. Donner l'allure du spectre du colorant marron enrobant le bonbon. Justifier.
4. Classer par ordre croissant l'affinité de chaque fraction colorée pour l'éluant utilisé. Justifier.

Exercice 10 : Spectrophotométrie

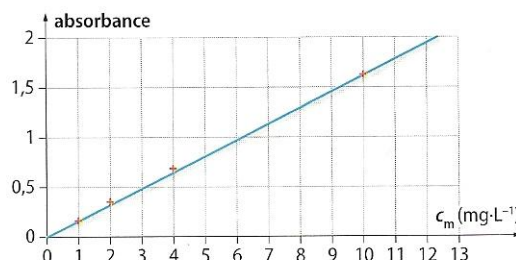
Le sirop de menthe contient du colorant bleu, le bleu patenté V, que l'on veut doser par étalonnage.

1. Le spectre d'absorption du bleu patenté est le suivant :



À quelle longueur d'onde faut-il se placer pour réaliser les mesures ?

2. On prépare alors une échelle de teintes et on mesure l'absorbance de chacune des solutions. Les valeurs sont reportées sur le graphique ci-dessous.



Comment se nomme la courbe obtenue ?

3. Le sirop de menthe étant trop concentré, on le dilue 10 fois. L'absorbance du sirop dilué A_d vaut 1,06.
a. En s'aidant de la courbe d'étalonnage, déterminer la concentration massique c_m en colorant bleu du sirop dilué.
b. En déduire la concentration massique c'_m en bleu patenté V du sirop de menthe.
4. La dose maximale admissible de bleu patenté V ingérable par un être humain est de 2,50 mg par kg de masse corporelle et par jour. Quel volume maximal de sirop à la menthe un adolescent de 65 kg peut-il ingérer par jour ?

Exercice 11 : Liaison polarisée.

La molécule de dioxyde de carbone comporte deux liaisons carbone-oxygène.

Les numéros atomiques de carbone et de l'oxygène sont respectivement Z=6 et Z=8.

- 1) Quelle est la représentation de Lewis de la molécule de dioxyde de carbone ?
- 2) En déduire sa structure spatiale.
- 3) L'oxygène est plus électronégatif que le carbone, représenter la molécule avec les charges excédentaires positive ou négative sur chaque atome. Les liaisons sont-elles polarisées ? La molécule est-elle polaire ?
- 4) Quel type de composé est soluble dans un solvant polaire ?

Exercice 12 : Réalisation d'une pile cuivre-plomb.

Dans un bécher, on met en présence une solution bleue de sulfate de cuivre (Cu²⁺, SO₄²⁻) avec une solution incolore de sulfate de plomb (Pb²⁺, SO₄²⁻). On plonge une lame de plomb et un fil de cuivre dans le milieu obtenu.

Après quelques minutes, on observe la décoloration de la solution et un dépôt rouge sur la lame de plomb.

- 1) Ecrire les demi-équations d'oxydoréduction associées aux couples oxydant/réducteur en présence.
- 2) Déduire des résultats expérimentaux l'équation de la réaction d'oxydoréduction dont le système chimique est le siège.
- 3) Schématiser une pile correspondant à l'expérience (on utilisera 2 béchers et un pont salin), ajouter un ampèremètre mesurant l'intensité dans le circuit. Préciser sur le schéma le pôle + ainsi que le mouvement de chacun des porteurs de charge.

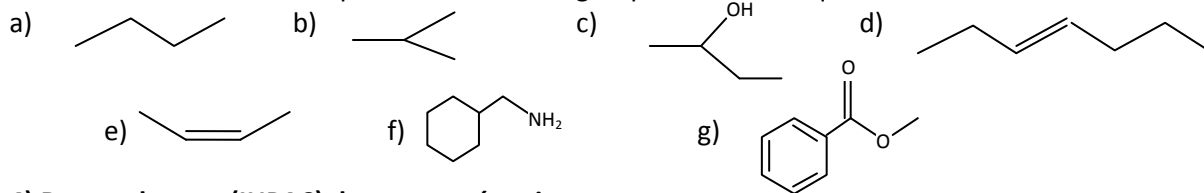
Exercice 13 : Nomenclature en chimie organique.

1) Qu'appelle-t-on des « isomères » ?

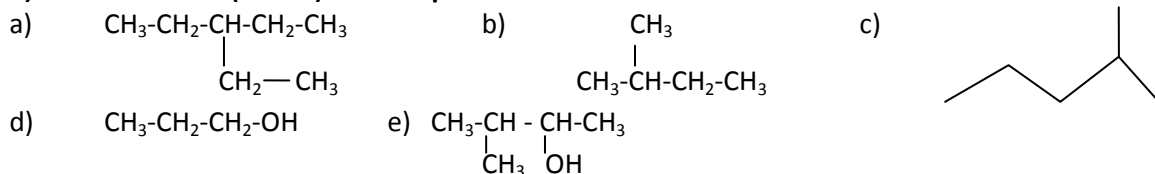
2) Isomérisation Z/E. Parmi les molécules suivantes, préciser celles qui présentent une isomérisation de type « Z/E » et dessiner alors l'isomère « Z » : (1) $\text{CH}_3\text{-CH=CH-CH}_3$; (2) $\text{CH}_3\text{-CH=CH}_2$; (3) $\text{CH}_3\text{-CH}_2\text{-CH=CH-CH}_3$; (4) $\text{CH}_3\text{-CH=CH-Cl}$.

3) Retrouver la formule semi-développée des molécules dont la représentation topologique est donnée ci-dessous.

Quelles sont les molécules qui contiennent des groupes caractéristiques d'atomes ? Entourez alors le groupe.



4) Donnez le nom (IUPAC) des composés suivants :



5) Ecrire la formule semi-développée des acides carboxyliques suivants :

a) acide propanoïque ; b) acide 2-méthylpropanoïque ; c) acide 2,2-diméthylbutanoïque.

Exercice 14 : Synthèse d'un additif alimentaire.

L'acide benzoïque $\text{C}_6\text{H}_5\text{CO}_2\text{H}$ est classé dans la catégorie des conservateurs, et on le trouve dans de nombreuses boissons sans alcool. Son code européen est E210.

Une synthèse de l'acide benzoïque est réalisée par oxydation de l'alcool benzylique $\text{C}_6\text{H}_5\text{CH}_2\text{OH}$ en excès, en présence de 4,5 g de permanganate de potassium KMnO_4 .

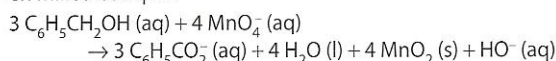
1. L'oxydation de l'alcool benzylique nécessite la mise en place d'un chauffage à reflux.

a. Faire un schéma légendé du montage à reflux.

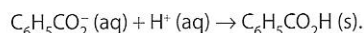
b. Indiquer sur ce schéma le sens de circulation de l'eau.

2. Ecrire les deux demi-équations électroniques des couples redox $\text{MnO}_4^- (\text{aq})/\text{MnO}_2 (\text{s})$ et $\text{C}_6\text{H}_5\text{CO}_2^- (\text{aq})/\text{C}_6\text{H}_5\text{CH}_2\text{OH} (\text{aq})$ en milieu acide.

3. Montrer que l'on obtient alors l'équation globale suivante en milieu basique :



4. On fait ensuite réagir l'ion benzoate $\text{C}_6\text{H}_5\text{CO}_2^-$ avec de l'acide chlorhydrique pour former l'acide benzoïque, selon l'équation suivante :



Quelle masse d'acide benzoïque peut-on espérer obtenir en supposant la réaction totale ?

5. Après séchage, on en obtient en réalité 1,2 g.

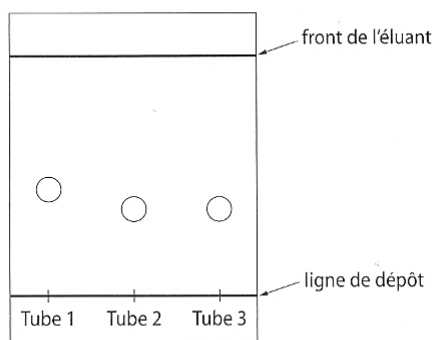
a. Quel est, dans ce cas, le rendement de la préparation ?

b. Commenter la réponse, et indiquer les raisons qui pourraient expliquer l'écart observé.

Afin de caractériser le produit formé, on réalise une chromatographie sur couche mince.

Dans trois tubes à essais, on verse 1 mL d'éluant, puis dans le tube 1, on ajoute une goutte d'alcool benzylique ; dans le tube 2, une pointe de spatule du solide obtenu ; dans le tube 3, une pointe de spatule d'acide benzoïque pur. On réalise une chromatographie sur couche mince à partir du

contenu des trois tubes, puis on révèle le chromatogramme sous rayonnement UV :



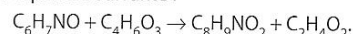
6. Le solide synthétisé est-il pur ? Justifier.

Données. $M(\text{KMnO}_4) = 158 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$; $M(\text{C}_6\text{H}_5\text{CO}_2\text{H}) = 122 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$.

Exercice 15 : Sirop de menthe.

Le paracétamol ($\text{C}_8\text{H}_9\text{NO}_2$) est un médicament fréquemment prescrit pour lutter contre la douleur et la fièvre.

On l'obtient au laboratoire par réaction entre le para-aminophénol ($\text{C}_6\text{H}_7\text{NO}$) et l'anhydride éthanique ($\text{C}_4\text{H}_6\text{O}_3$), selon la réaction d'équation suivante :



La quantité initiale de para-aminophénol, qui est le réactif limitant, est ici $n_0 = 9,17 \times 10^{-2} \text{ mol}$.

1. Quelle est la quantité de matière théorique n_{th} de paracétamol susceptible d'être obtenue ?

2. On obtient une masse de produit sec $m_p = 10,8 \text{ g}$.

Calculer la quantité de matière n_p de paracétamol obtenue.

3. En déduire le rendement de cette synthèse.

Donnée. Masse molaire du paracétamol : $M = 151 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$.

Définition :

Le rendement est le rapport de la quantité de matière de produit obtenue sur la quantité maximale de produit qu'on pourrait obtenir.

Pour finir, vous commencerez le programme de TS par les ondes, notion que vous avez abordée en 2^{nde}...

On vous demandera alors de savoir définir un signal périodique, sa période et sa fréquence...

Bon courage pour cette année et mettez-vous rapidement au travail en septembre !!!